Terminale Spécialité F - Physique-Chimie
Devoir sur table n°6 - Durée : 2h
Proposition de correction

EXERCICE I : LE LANCER DE GERBE DE PAILLE (10 points)

1. Le système étudié est la gerbe de paille assimilée au point M de masse m constante. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen et muni du repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Les forces extérieures exercées sur le point M se réduisent au seul poids $\overrightarrow{P} = m \times \overrightarrow{g}$ puisque les actions ce l'air sont négligées.

D'après la deuxième loi de Newton, nous avons : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m \times \overrightarrow{a}$ soit $\overrightarrow{P} = m \times \overrightarrow{a}$ d'où $m \times \overrightarrow{g} = m \times \overrightarrow{a}$ et finalement $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{g}$

En exprimant les coordonnées du vecteur accélération dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on obtient : $a \begin{pmatrix} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{pmatrix}$

Pour conclure, on a donc démontré que $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$.

2. Selon l'axe (Ox) : $a_x = \ddot{x} = 0$ d'où $v_x = \dot{x} = C_1 = v_{x_0} = v_0 \times \cos\alpha$ et en intégrant une fois encore :

$x(t) = v_0 \times t \times \cos\alpha + x_0 = v_0 \times t \times \cos\alpha$ car le point M est à la verticale de l'origine à $t = 0$.

Selon l'axe (Oy) : $a_y = \ddot{y} = -g$ d'où $v_y = \dot{y} = -g \times t + C_2 = -g \times t + v_{y_0} = -g \times t + v_0 \times \sin\alpha$

Par conséquent, $y(t) = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times t \times \sin\alpha + y_0 = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times t \times \sin\alpha + H$ car le point M est à l'altitude $y_0 = H$ à $t = 0$.

3. D'après $x(t) = v_0 \times t \times \cos\alpha$, on obtient $t = \dfrac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$ et en remplaçant dans l'expression de $y(t)$, il vient :

$$y = -\frac{1}{2} \times g \times \frac{x^2}{v_0^2 \times \cos^2\alpha} + \cancel{v_0} \times \sin\alpha \times \frac{x}{\cancel{v_0} \times \cos\alpha} + H = -\frac{g}{2 \times v_0^2 \times \cos^2\alpha} \times x^2 + (\tan\alpha) \times x + H$$

4. Pour savoir si la gerbe de paille franchira la barre horizontale, il faut calculer son altitude lorsque $x = D$ soit :

$$y(D) = -\frac{g}{2 \times v_0^2 \times \cos^2\alpha} \times D^2 + (\tan\alpha) \times D + H$$

$$y(D) = -\frac{9,8}{2 \times 9,0^2 \times (\cos(80°))^2} \times 2,0^2 + (\tan(80°)) \times 2,0 + 2,80 = 6,1 \text{ m} > 4,50 \text{ m}$$

La gerbe de paille passe donc au-dessus de la barre horizontale qu'elle franchit sans problème.

5. Énergie cinétique en M_0 :

$$E_C(M_0) = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 = \frac{1}{2} \times 7,257 \times 9,0^2 = 2,9 \cdot 10^2 \text{ J} = 290 \text{ J}.$$

Énergie potentielle de pesanteur du système en M_0 :

$$E_{PP}(M_0) = m \times g \times H = 7,257 \times 9,8 \times 2,80 = 2,0 \cdot 10^2 \text{ J} = 200 \text{ J}.$$

6. **Proposition I : Fausse.** En effet, si les actions de l'air sont négligées, l'énergie mécanique est constante tout au long du mouvement.

   Proposition II : Fausse. En effet, en M_1 la vitesse verticale v_y est nulle mais la vitesse horizontale $v_x = v_0 \times \cos\alpha$ n'est pas nulle, au même titre que l'énergie cinétique.

   Proposition III : Fausse. En effet, l'énergie mécanique étant constante, sa valeur est la même en M_2 et en M_0. M_2 étant à la même altitude que M_0, l'énergie potentielle de pesanteur est la même en M_2 et en, M_0. Comme $E_m = E_C + E_{PP}$, si E_m et E_{PP} sont les mêmes, l'énergie cinétique est la même en M_0 et en M_2.

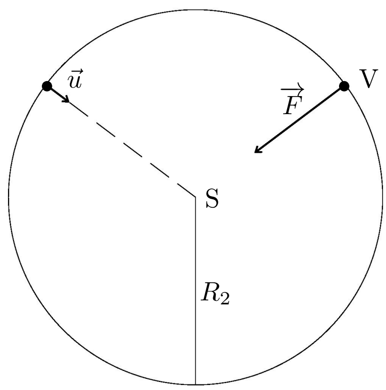
7. Si les actions de l'air ne peuvent pas être négligées, l'énergie mécanique est dissipée tout au long du mouvement sous forme d'énergie thermique. L'énergie mécanique est donc maximale à l'instant initial et ne fait que décroître par la suite. **La proposition I est donc vraie.**

   Concernant l'énergie cinétique en M_1, même si les coordonnées de la vitesse auront diminué, la vitesse horizontale reste non nulle donc **la proposition II reste fausse**.

   M_2 étant à la même altitude que M_0, l'énergie potentielle de pesanteur du système est la même. En revanche, l'énergie mécanique ayant diminué en raison des frottements, l'énergie cinétique en M_2 sera bel et bien inférieure à celle en M_0. **La proposition III est donc vraie** à présent.

EXERCICE II : LE TRANSIT DE VÉNUS (10 points)

1. Le référentiel d'étude est centré sur le centre du Soleil : il s'agit du référentiel héliocentrique.



2. Soit $\overrightarrow{F_{S/V}}$ la force exercée par le Soleil sur Vénus et soit $\vec{u}$ un vecteur unitaire mobile radial dirigé vers le centre du Soleil. Alors la force exercée par le Soleil sur Vénus s'exprime par $\overrightarrow{F_{S/V}} = G \cdot \dfrac{M_1 \cdot M_2}{{R_2}^2} \cdot \vec{u}$

3. Dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen, d'après la deuxième loi de Newton, on a : $\overrightarrow{F_{S/V}} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$. Or la masse de Vénus est constante d'où il vient la relation suivante : $\overrightarrow{F_{S/V}} = M_2 \cdot \vec{a}$. Autrement dit, $G \cdot \dfrac{M_1 \cdot \cancel{M_2}}{{R_2}^2} \cdot \vec{u} = \cancel{M_2} \cdot \vec{a}$ d'où $\vec{a} = G \cdot \dfrac{M_1}{{R_2}^2} \cdot \vec{u}$

4. Étude théorique de la vitesse orbitale de Vénus

   4.1. Si le mouvement de Vénus est uniforme, alors son accélération est purement normale et centripète d'où $\vec{a} = \dfrac{{v_2}^2}{R_2} \cdot \vec{u}$, le terme tangentiel $\dfrac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_T}$ où $\overrightarrow{u_T}$ est un vecteur tangent à la trajectoire orienté dans le sens du mouvement étant nul puisque la valeur de la vitesse est constante.

   4.2. D'après ce qui précède, on a : $\dfrac{{v_2}^2}{\cancel{R_2}} = G \cdot \dfrac{M_1}{{R_2}^{\cancel{2}}}$ soit ${v_2}^2 = \dfrac{G \cdot M_1}{R_2}$ ou encore $v_2 = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_1}{R_2}}$

   4.3. $v_2 = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_1}{R_2}} = \sqrt{\dfrac{6,6 \cdot 10^{-11} \times 2,0 \cdot 10^{30}}{1,0 \cdot 10^8 \cdot 10^3}} = 3,6 \cdot 10^4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 36\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$

5. Étude de la période de Vénus

5.1. La période de révolution T_2 de Vénus est la durée que met Vénus pour faire un tour complet sur son orbite autour du Soleil.

5.2. On a donc $T_2 = \dfrac{2\pi \cdot R_2}{v_2} = \dfrac{2\pi \times 1,0 \cdot 10^8 \cdot 10^3}{3,6 \cdot 10^4} = 1,7 \cdot 10^7$ s $\simeq 200$ jours terrestres

6. La troisième loi de Kepler

6.1. $T_2 = \dfrac{2\pi \cdot R_2}{v_2} = 2\pi \cdot R_2 \cdot \sqrt{\dfrac{R_2}{G \cdot M_1}}$ d'où ${T_2}^2 = 4\pi^2 \cdot {R_2}^2 \cdot \dfrac{R_2}{G \cdot M_1} = \dfrac{4\pi^2 \cdot {R_2}^3}{G \cdot M_1}$. On en déduit que le rapport du carré de la période de révolution au cube du rayon de l'orbite (jouant le rôle du demi grand-axe dans l'approximation des orbites circulaires) vaut : $\dfrac{{T_2}^2}{{R_2}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_1}$. Ce rapport est indépendant de la planète considérée et ne dépend que de l'astre attracteur (le Soleil dans notre cas). On retrouve ainsi la troisième loi de Kepler.

6.2. On peut en déduire l'expression de la masse du Soleil : $M_1 = \dfrac{4\pi^2 \cdot {R_2}^3}{G \cdot {T_2}^2}$