Terminale Spécialité F - Physique-Chimie
Devoir en classe n°6 - Durée : 2h
Mercredi 10 avril 2024

EXERCICE I : CHAUFFAGE D'UNE PISCINE (10 points)

Le chauffage par pompe à chaleur (PAC) est une des solutions les plus performantes pour chauffer l'eau d'une piscine. La pompe à chaleur fonctionne grâce à l'existence simultanée d'une source de température variable au cours du temps et d'une source de température constante ; son fonctionnement est assuré par une alimentation électrique fournissant de l'énergie électrique à la PAC. Le fonctionnement de la PAC est basé sur la circulation d'un fluide qui subit des cycles de transformations.

On étudie une piscine équipée d'une bâche qui rend négligeable les échanges thermiques entre l'eau et l'air extérieur. La température de l'eau, avant chauffage, est égale à la température extérieure de 10 °C. On souhaite une eau à une température de 27 °C pour se baigner dans la piscine et il faut attendre 5 h 20 min de fonctionnement de la PAC pour atteindre cette température.

Données :

- Capacité thermique massique de l'eau : $c = 4,18\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$
- Volume d'eau contenu dans la piscine : $V_{eau} = 10,0\ \mathrm{m^3}$
- Puissance électrique consommée par la PAC : $P_{PAC} = 12,5\ \mathrm{kW}$
- Rendement énergétique de la PAC : $\eta = \left|\dfrac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{dépensée}}}\right|$

1. Étude du comportement thermique de l'eau de la piscine

1.1. Que se passe-t-il au niveau microscopique dans l'eau durant le fonctionnement de la PAC ?

1.2. Exprimer littéralement puis calculer la variation d'énergie interne de l'eau quand celle-ci a atteint la température souhaitée.

1.3. En explicitant le raisonnement, en déduire la valeur de l'énergie thermique transférée par la PAC à l'eau de la piscine.

2. Étude de la pompe à chaleur

2.1. Identifier la source chaude et la source froide au cours du fonctionnement de la PAC.

2.2. Sur un diagramme, représenter le bilan énergétique de la PAC en précisant le signe des différentes énergies mises en jeu.

2.3. Exprimer puis calculer l'énergie électrique W_e consommée par la PAC au cours du chauffage de l'eau de cette piscine.

2.4. Déterminer le rendement énergétique de la PAC.

2.5. Quelle énergie électrique W'_e aurait dû fournir un mode de chauffage électrique classique (de type résistance chauffante) pour obtenir la même température de l'eau ? Justifier soigneusement la réponse.

2.6. Comparer W_e et W'_e et conclure sur la performance énergétique de la PAC.

EXERCICE II : UN BIBERON À LA BONNE TEMPÉRATURE (10 points)

On trouve sur la notice d'un chauffe-biberon : « Chauffe un biberon sorti du réfrigérateur en moins de trois minutes. Le lait est constamment mélangé pendant qu'il chauffe afin d'éviter la formation de points chauds. »

On étudie le transfert thermique convectif Q entre le lait et un chauffe-biberon maintenant les parois du biberon à la température constante $\theta_e = 50$ °C.

Données :

- On néglige tout transfert thermique autre que convectif entre le système et le milieu extérieur
- Surface d'échange du lait dans le biberon : $S = 270\ \text{cm}^2$
- Coefficient d'échange convectif du lait dans les conditions de l'étude : $h = 300\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot {}^\circ\text{C}^{-1}$
- Capacité thermique massique du lait : $c = 4,2 \times 10^3\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot {}^\circ\text{C}^{-1}$
- Masse du lait dans le biberon : $m = 350$ g
- Loi phénoménologique de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$

1. Équation différentielle régissant l'évolution de la température du lait

On considère une durée Δt suffisamment petite pour considérer que le flux thermique est constant.

1.1. Exprimer le transfert thermique Q en fonction du flux thermique Φ et de la durée Δt.

1.2. À l'aide de la loi phénoménologique de Newton, exprimer le transfert thermique Q effectué par convection entre le système {lait} et le milieu extérieur constituant un thermostat dont la température demeure constante.

1.3. Donner l'expression de Q en fonction de la masse m du système, de sa capacité thermique massique c et de sa variation de température $\Delta\theta$.

1.4. À l'aide des deux relations précédentes, démontrer que $\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{h \times S}{m \times c} \times (\theta_e - \theta)$.

On considère à présent que la durée Δt est infiniment petite, soit $\Delta t \to 0$.

1.5. Déduire de la question précédente que l'équation différentielle vérifiée par la température θ du lait est $\dfrac{d\theta}{dt} + \dfrac{\theta}{\tau} = \dfrac{\theta_e}{\tau}$ où $\tau = \dfrac{m \times c}{h \times S}$.

2. Étude de l'évolution temporelle de la température du lait

2.1. Montrer que la fonction $\theta = (\theta_i - \theta_e) \times e^{-t/\tau} + \theta_e$ est solution de l'équation différentielle établie précédemment avec $\tau = \dfrac{m \times c}{h \times S}$ et θ_i la température initiale du lait.

2.2. Vérifier que la solution précédente satisfait les conditions aux limites ($t = 0$ et $t \to \infty$).

Un biberon contenant du lait à la température $\theta_i = 5,0$ °C est placé dans le chauffe-biberon.

2.3. Démontrer que la durée au bout de laquelle le lait atteint une température θ_f est donnée par la relation $t_f = \tau \times \ln\left(\dfrac{\theta_i - \theta_e}{\theta_f - \theta_e}\right)$.

2.4. Calculer la durée t_f au bout de laquelle on peut donner le biberon à un nourrisson, la température du lait devant être $\theta_f = 30$ °C.

2.5. La durée obtenue est-elle conforme aux indications du fabricant ?