

33

$$\vec{F} = m \times \vec{a}$$

$$\cancel{m} \times \vec{g} = \cancel{m} \times \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

$$\ddot{z} = -g$$

$$v_z = \dot{z} = -g \times t + v_{z0} = -g \times t + v_0 \sin \alpha$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + (v_0 \sin \alpha) \times t + z_0$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + (v_0 \sin \alpha) \times t \quad (2)$$

$$\ddot{x} = 0$$

$$v_x = \dot{x} = v_{x0} = v_0 \times \cos \alpha$$

$$x(t) = (v_0 \times \cos \alpha) \times t + x_0$$

$$x(t) = (v_0 \times \cos \alpha) \times t \quad (1)$$

D'après (1) : $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$

Dans (2) : $z = -\frac{1}{2} \times g \times \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + (\cancel{v_0} \times \sin \alpha) \times \frac{x}{\cancel{v_0} \cos \alpha}$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \times x^2 + \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \times x$$

33b | Au sommet S de la trajectoire, la tangente à la trajectoire est horizontale donc le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ est horizontal. Par conséquent, $v_z(s) = 0$

$$v_z(s) = 0$$

$$-g \times t_s + v_0 \times \sin \alpha = 0$$

$$t_s = \frac{v_0 \times \sin \alpha}{g} \quad (\text{instant auquel le projectile atteint le sommet})$$

Calcul de la flèche $z(t_s)$:

$$z_s = -\frac{1}{2} \times \cancel{g} \times \frac{v_0^2 \times \sin^2 \alpha}{\cancel{g^2}} + v_0 \times \sin \alpha \times \frac{v_0 \times \sin \alpha}{g}$$

$$z_s = -\frac{1}{2} \times \frac{v_0^2 \times \sin^2 \alpha}{g} + \frac{v_0^2 \times \sin^2 \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \times \sin^2 \alpha}{g} \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$z_s = \frac{v_0^2 \times \sin^2 \alpha}{2g} \quad \text{cohérent avec L20 de Python}$$